

Combustione Turbolenta

Lezione 1

Ing. Giancarlo Sorrentino

g.sorrentino@unina.it

Turbolenza un problema complesso?

Horace Lamb al meeting della British Association di Londra nel 1932:

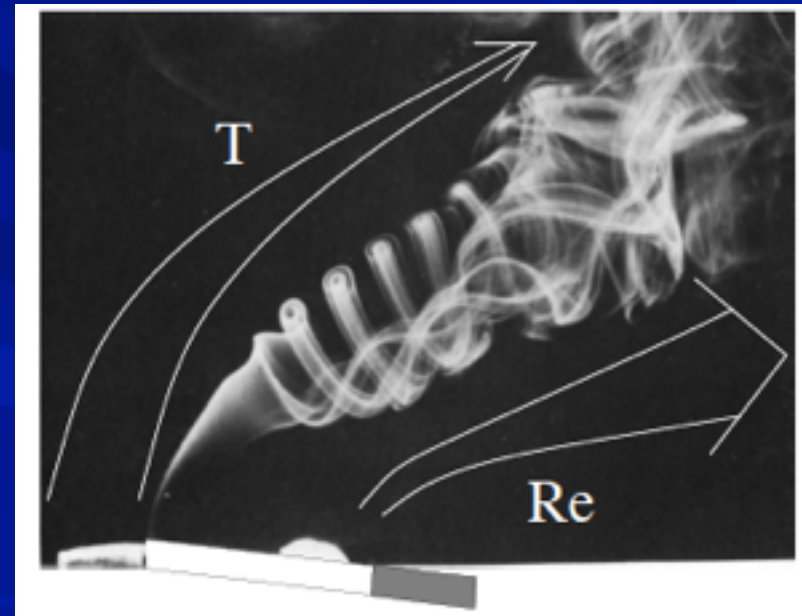
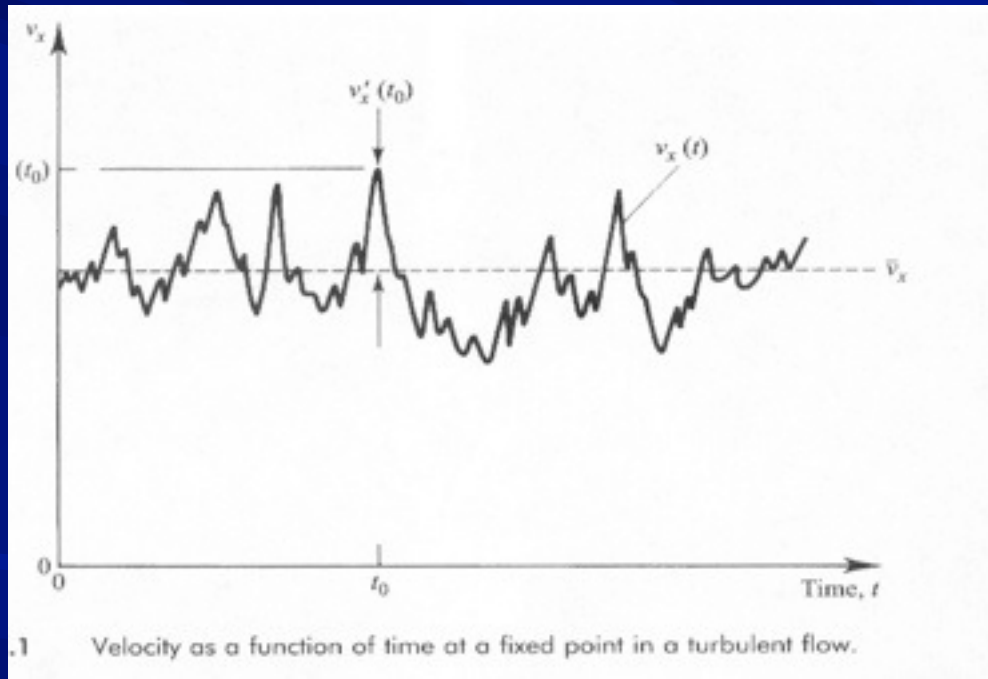
"I am an old man now, and when I die and go to Heaven there are two matters on which I hope for enlightenment. One is quantum electrodynamics, and the other is the turbulent motion of fluids. And about the former I am really rather optimistic."



Liberamente tratto da: *Physics Today*, May 2000

Turbolenza: un problema complesso?

- **Un flusso risulta turbolento** quando le instabilità nel flusso non sono smorzate dall'azione della viscosità e la velocità in ogni punto esibisce un comportamento fluttuante.



- Una maniera utile per caratterizzare un campo di moto turbolento è di definire quantità **medie** e **fluttuanti**.

Turbolenza: un problema complesso?

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = 0$$

$$\rho \left[\frac{d(\omega_i)}{dt} + \mathbf{v} \nabla(\omega_i) \right] = \rho \frac{D(\omega_i)}{Dt} = -\nabla(\mathbf{j}_i) + \dot{w}_i$$

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla P - [\nabla \boldsymbol{\tau}] + \rho \mathbf{g}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \left(u + \frac{1}{2} v^2 + \phi \right) = - \left(\nabla \cdot \rho \mathbf{v} \left(u + \frac{1}{2} v^2 + \phi \right) \right) - (\nabla \cdot \mathbf{q}) + \rho(\mathbf{v} \cdot \mathbf{g}) - (\nabla \cdot p \mathbf{v}) - (\nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}))$$

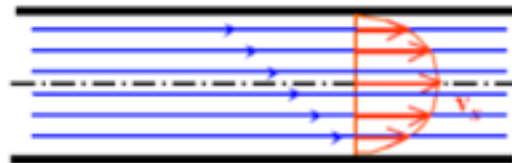
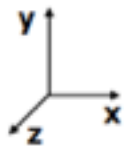
$$f(\rho, \omega_i, T, P) = 0.$$

Ns + 6 equazioni in Ns + 6 incognite: $\rho, \omega_i, v_x, v_y, v_z, T, P$

Turbolenza: un problema complesso?

Il problema numerico (1/7)

Moto laminare uniforme nei tubi:

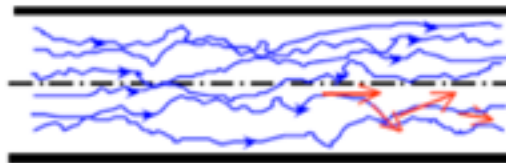
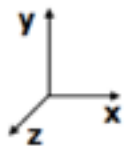


$$v_x = \frac{\gamma}{4\mu} J(r_0^2 - r^2)$$

$$v_y = 0$$

$$v_z = 0$$

Moto turbolento nei tubi:



$$v_x = ?$$

$$v_y = ?$$

$$v_z = ?$$

Non è possibile trovare una soluzione analitica nel caso di moto turbolento

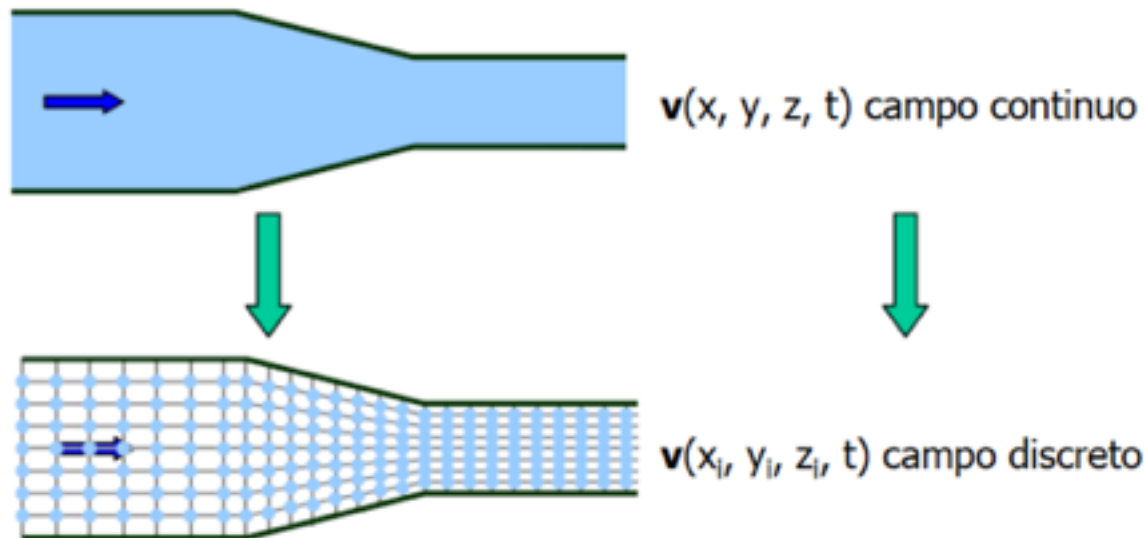
Esistenza della soluzione delle equazioni di Navier Stokes è uno dei sette problemi della matematica per il millennio, indicati nel 2000 dall'istituto matematico Clay: 1,000,000 \$ per la soluzione

Turbolenza: un problema complesso?

Il problema numerico (2/7)

Soluzione richiede utilizzo di opportuni metodi numerici (*Differenze finite, elementi finiti, metodi spettrali, ...*)

Discretizzazione delle equazioni trasforma il sistema di equazioni differenziali in sistema di equazioni algebriche non lineari



Turbolenza: un problema complesso?

Il problema numerico (3/7)

Discretizzazione dell' Equazione quantità di moto
lungo x con ρ costante

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) + \rho g_x$$

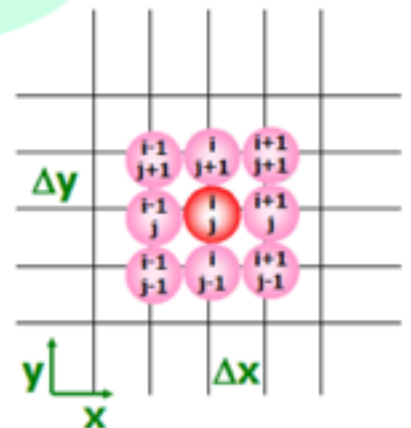
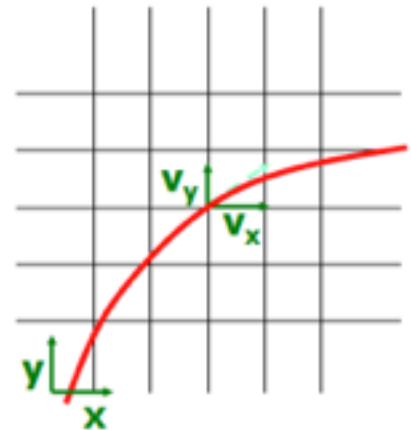
$$\frac{\partial v_x}{\partial y} \equiv \frac{\Delta v_x}{\Delta y} = \frac{v_{x,i,j+1} - v_{x,i,j}}{\Delta y}$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} \equiv \frac{\Delta v_x}{\Delta x} = \frac{v_{x,i+1,j} - v_{x,i,j}}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} \equiv \frac{\Delta(\Delta v_x)}{\Delta x^2} = \frac{v_{x,i+1,j} - 2v_{x,i,j} + v_{x,i-1,j}}{\Delta x^2}$$

$$t = t_0$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} \equiv \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{x,i,j}|_{t_1} - v_{x,i,j}|_{t_0}}{\Delta t}$$



Turbolenza: un problema complesso?

Il problema numerico (4/7)

Discretizzazione equazioni differenziali

Continuo

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + \dots$$

Equazioni differenziali
non lineari

Problema ben posto ma
generalmente non risolubile

Vs.

Discreto

$$\frac{v_{x,i,j}|_{t_1} - v_{x,i,j}|_{t_0}}{\Delta t} + v_{x,i,j} \frac{v_{x,i+1,j} - v_{x,i,j}}{\Delta x} \Big|_{t_0} + v_{y,i,j} \frac{v_{x,i+1,j} - v_{x,i,j}}{\Delta y} \Big|_{t_0} + \dots$$

Equazioni algebriche
non lineari

Problema ben posto generalmente non risolubile
e comunque risolubile in modo non semplice

Approssimazione produce un risultato corretto?

Turbolenza: un problema complesso?

Il problema numerico (5/7)

Accuratezza della discretizzazione

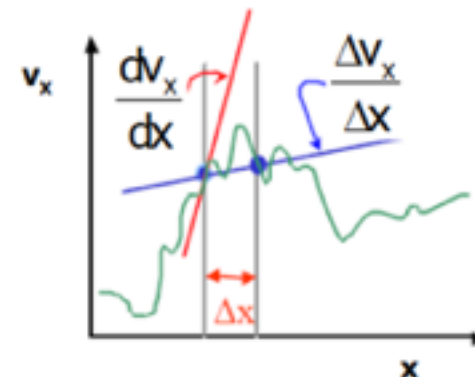
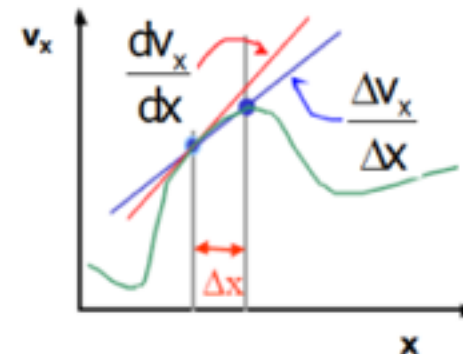
Occorre porre molta attenzione nella scelta dell'intervallo di discretizzazione (Δt , Δx , ...), che devono essere i più piccoli possibili

$$\frac{dv_x}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta x}$$

Intervalli piccoli significano:

- maggiore precisione
- maggior numero di punti di griglia
- maggior numero di equazioni
- maggiore sforzo di calcolo

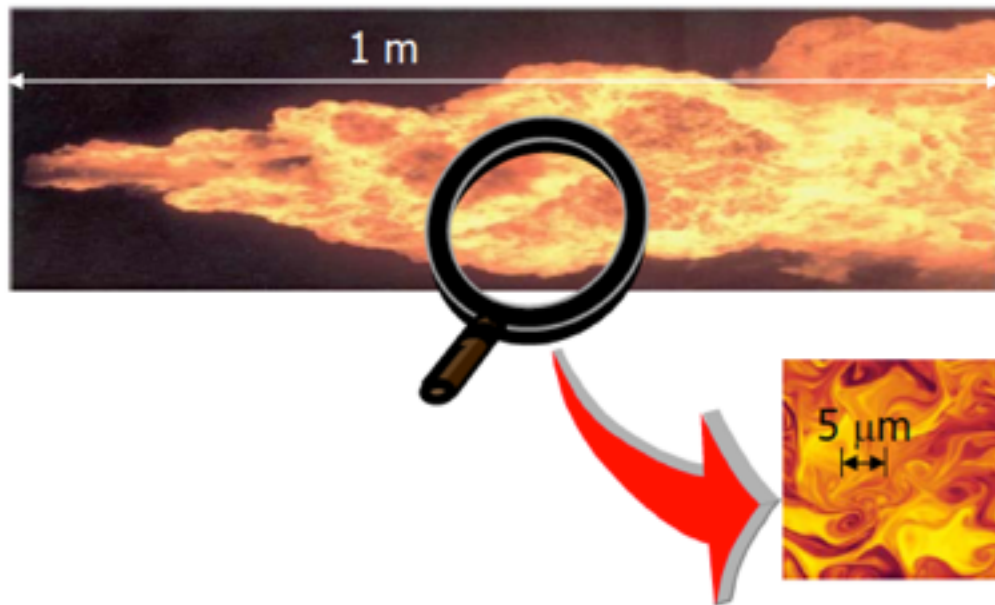
L'ampiezza dell'intervallo è dettata dalla regolarità della soluzione



Turbolenza: un problema complesso?

Il problema numerico (6/7)

Le scale dimensionali in gioco

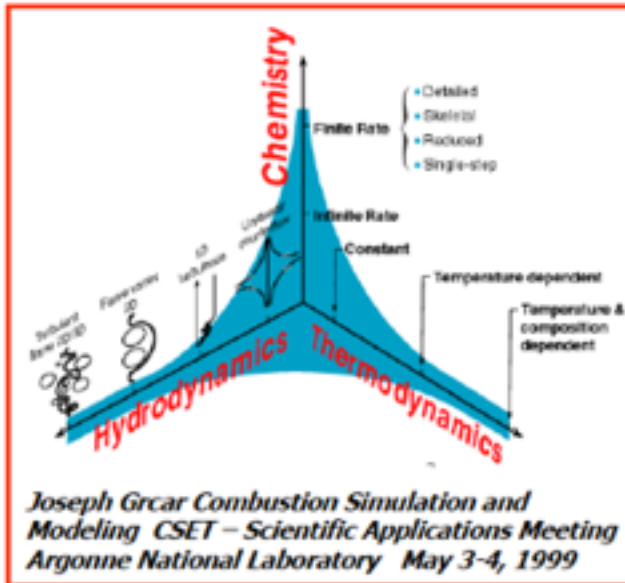


Macroscala

Scala di Kolmogorov

Turbolenza: un problema complesso?

Il problema numerico (7/7)



Dimensione reale (m)	1
Scala di Kolmogorov (m)	10^{-6}
derivata (m)	10^{-7}
Punti di griglia (1D)	10^7
Punti di griglia (3D)	10^{21}
Numero di specie	10^2
Equazioni	$10^2 \times 10^{21} = 10^{23}$
Allocazione di memoria (problema eptadiagonale)	$(10^2)^2 \times 7 \times 10^{21} = 7 \times 10^{25}$
Allocazione memoria (Bytes)	$7 \times 10^{25} \times 8 = 5.6 \times 10^{26}$ (5.6×10^{14} TBytes)

	Algoritmo implicito	Algoritmo esplicito
# operazioni tra reali	10^{46}	10^{23}
flops per CPU	10^{10}	10^{10}
1 step per CPU (s)	10^{36}	10^{13}
1 step per CPU (y)	3×10^{28}	3×10^5
CPUs nel mondo (stima)	3×10^8	3×10^8
1 time step usando tutta la CPU del mondo (y)	10^{20}	10^{-3} (9 hr)

Futuri sviluppi nel settore computazionale potranno forse rendere possibile la soluzione.

Turbolenza: un problema complesso?

E' possibile prevedere il futuro?

Ogni avvenimento temporale accade secondo un ordine preciso e determinato, il quale è destinato a ripetersi eternamente identico a se stesso

(Stoici, 300 a.C.)



*Zenone di Cizio
(335-263 a.C.)*

Noi dobbiamo considerare lo stato presente dell'universo come l'effetto del suo stato anteriore e la causa di quello che seguirà. Un'intelligenza che, per un istante dato, conoscesse tutte le forze da cui la natura è animata e la situazione rispettiva degli esseri che la compongono, se fosse abbastanza vasta per sottomettere questi dati al calcolo, abbraccerebbe nella stessa formula i movimenti dei più grandi corpi dell'universo e quelli del più leggero atomo: niente sarebbe incerto per essa e l'avvenire, come il passato, sarebbe presente ai suoi occhi

(Laplace, 1812)



*Pierre-Simon
de Laplace
(1749-1827)*

Un battito d'ali di farfalla in Brasile può provocare una tromba d'aria in Texas

(Lorenz, 1979)

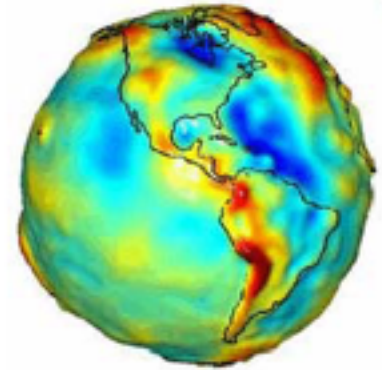


*Edward Lorenz
(1917-2008)*

Turbolenza: un problema complesso?

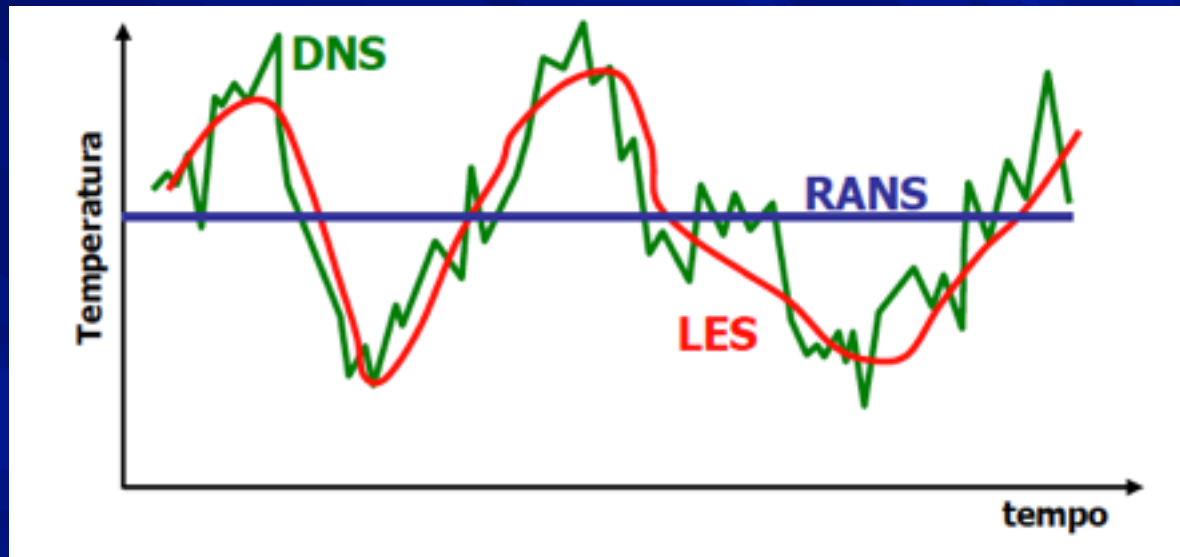
Il problema delle condizioni al contorno

1. E' impossibile simulare tutto l'universo.
2. Per simulare uno spazio finito occorre conoscere le sue interazioni con l'ambiente circostante
3. Come tenere conto di tutte le variabilità che possono avere influenza sul sistema a qualunque scala dimensionale?



**Il futuro non è deterministicamente prevedibile:
sono e saranno possibili solo soluzioni stocastiche.**

SEMPLIFICAZIONE DEL PROBLEMA



DNS

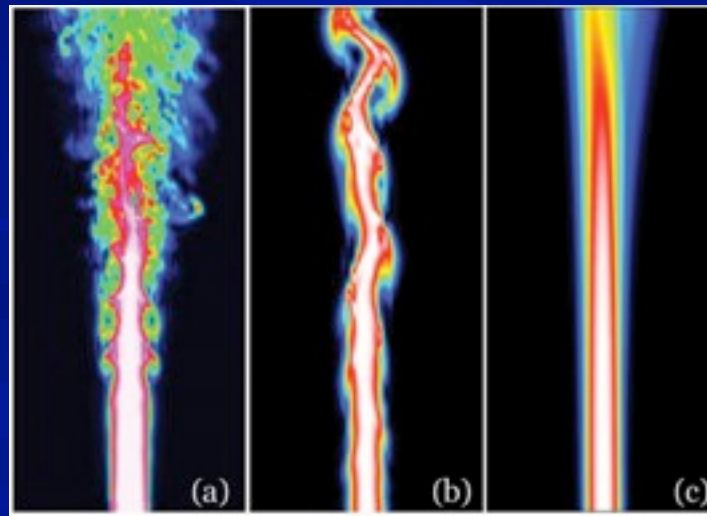
Direct Numerical Simulation

Descrizione di tutte le scale turbolente.

LES

Large Eddy Simulation

Descrizione del moto dei grandi vortici. Vortici piccoli vengono modellati (modelli di sottogriglia)



RANS

Reynolds Averaged NS

Descrizione del solo flusso medio. Grandezze turbolente non ben rappresentate. Minore sforzo computazionale